

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

المسالك الدولية - خيار فرنسية

الدورة العادية 2016

- الموضوع -

NS22F

ⵜⴰⴳⴷⴰⵏⵜ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ  
ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ  
ⵏ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ ⵜⴰⵎⴳⴷⴰⵢⵜ



المملكة المغربية  
وزارة التربية الوطنية  
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم  
والامتحانات والتوجيه



3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	الشعبة أو المسلك

## INSTRUCTIONS GENERALES

- Nombre de pages : 4 ( La première page contient des instructions générales et les composantes du sujet ; les trois autres pages contiennent le sujet de l'examen ) ;
- L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter ;
- Certaines notations sont utilisées dans différents exercices, toutefois chaque notation ne concerne que l'exercice où elle est utilisée et ne dépend ni des exercices précédents ni des exercices suivants.

## COMPOSANTES DU SUJET

- L'épreuve est composée de quatre exercices et un problème indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2.5 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul de probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8.5 points

- Concernant le problème,  $\ln$  désigne la fonction logarithme népérien.

**Exercice 1 (2,5 points)**

On considère la suite numérique  $(u_n)$  définie par :

$$u_0 = 2 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \frac{3 + u_n}{5 - u_n} \quad \text{pour tout entier naturel } n$$

0.75 1) Vérifier que  $u_{n+1} - 3 = \frac{4(u_n - 3)}{2 + (3 - u_n)}$  pour tout entier naturel  $n$  puis montrer par récurrence

que  $u_n < 3$  pour tout entier naturel  $n$

2) Soit  $(v_n)$  la suite numérique définie par :  $v_n = \frac{u_n - 1}{3 - u_n}$  pour tout entier naturel  $n$

0.75 a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison  $\frac{1}{2}$  puis en déduire que  $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$  pour tout entier naturel  $n$

0.5 b) Montrer que  $u_n = \frac{1 + 3v_n}{1 + v_n}$  pour tout entier naturel  $n$  puis écrire  $u_n$  en fonction de  $n$

0.5 c) Déterminer la limite de la suite  $(u_n)$

**Exercice 2 (3 points)**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points

$A(2, 1, 3), B(3, 1, 1), C(2, 2, 1)$  et la sphère  $(S)$  d'équation :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$$

0.5 1)a) Montrer que  $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

0.5 b) En déduire que  $2x + 2y + z - 9 = 0$  est une équation cartésienne du plan  $(ABC)$

0.5 2)a) Montrer que la sphère  $(S)$  a pour centre le point  $\Omega(1, -1, 0)$  et pour rayon 6

0.5 b) Montrer que  $d(\Omega, (ABC)) = 3$  et en déduire que le plan  $(ABC)$  coupe la sphère  $(S)$  suivant un cercle  $(\Gamma)$

0.5 3)a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$  passant par le point  $\Omega$  et orthogonale au plan  $(ABC)$

0.5 b) Montrer que le point  $B$  est le centre du cercle  $(\Gamma)$

**Exercice 3 (3 points)**

- 0.75 1) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 4z + 29 = 0$
- 2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ , on considère les points  $\Omega$ ,  $A$  et  $B$  d'affixes respectives  $\omega$ ,  $a$  et  $b$  telles que  $\omega = 2 + 5i$ ,  $a = 5 + 2i$  et  $b = 5 + 8i$
- 0.75 a) Soit  $u$  le nombre complexe tel que  $u = b - \omega$
- Vérifier que  $u = 3 + 3i$  puis montrer que  $\arg u \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$
- 0.25 b) Déterminer un argument du nombre complexe  $\bar{u}$  ( $\bar{u}$  étant le conjugué de  $u$ )
- 0.75 c) Vérifier que  $a - \omega = \bar{u}$  puis en déduire que  $\Omega A = \Omega B$  et que  $\arg \left( \frac{b - \omega}{a - \omega} \right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$
- 0.5 d) On considère la rotation  $R$  de centre  $\Omega$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$
- Déterminer l'image du point  $A$  par la rotation  $R$

**Exercice 4 (3 points)**

Une urne contient 10 boules : quatre boules rouges et six boules vertes.

( Les boules sont indiscernables au toucher )

On tire au hasard, simultanément, deux boules de l'urne.

- 1 1) Soit  $A$  l'évènement : « Les deux boules tirées sont rouges » .

Montrer que  $p(A) = \frac{2}{15}$

2) Soit  $X$  la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges restantes dans l'urne après le tirage des deux boules.

- 0.5 a) Montrer que l'ensemble des valeurs prises par  $X$  est  $\{2, 3, 4\}$

- 1.5 b) Montrer que  $p(X = 3) = \frac{8}{15}$  puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$

**Problème (8.5 points)**

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^x$

Soit  $(C_f)$  la courbe représentative de la fonction  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unité: 1cm)

0.25 I-1)a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

0.5 b) Montrer que la droite  $(D)$  d'équation  $y = 2x - 2$  est asymptote à la courbe  $(C_f)$  au voisinage de  $-\infty$

0.5 2)a) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

0.5 b) Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$  puis interpréter géométriquement ce résultat.

0.5 3)a) Montrer que  $f'(x) = 2(e^x - 1)^2$  pour tout nombre réel  $x$

0.25 b) Donner le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$  (Remarquer que  $f'(0) = 0$ )

0.75 c) Montrer qu'il existe un réel unique  $\alpha$  de l'intervalle  $]1, \ln 4[$  tel que  $f(\alpha) = 0$

0.5 4)a) Montrer que la courbe  $(C_f)$  est située au dessus de la droite  $(D)$  sur l'intervalle  $]\ln 4, +\infty[$  et en dessous de la droite  $(D)$  sur l'intervalle  $]-\infty, \ln 4[$

0.5 b) Montrer que la courbe  $(C_f)$  admet un point d'inflexion unique de coordonnées  $(0, -5)$

0.75 c) Construire la droite  $(D)$  et la courbe  $(C_f)$  dans le même repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

(on prendra  $\ln 4 \approx 1,4$  et  $\alpha \approx 1,3$ )

0.5 5)a) Montrer que  $\int_0^{\ln 4} (e^{2x} - 4e^x) dx = -\frac{9}{2}$

0.5 b) Calculer, en  $cm^2$ , l'aire du domaine plan limité par la courbe  $(C_f)$ , la droite  $(D)$ , l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $x = \ln 4$

0.5 II-1)a) Résoudre l'équation différentielle  $(E)$  :  $y'' - 3y' + 2y = 0$

0.5 b) Déterminer la solution  $g$  de l'équation  $(E)$  vérifiant  $g(0) = -3$  et  $g'(0) = -2$

2) Soit  $h$  la fonction numérique définie sur l'intervalle  $]\ln 4, +\infty[$  par :  $h(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x)$

0.75 a) Montrer que la fonction  $h$  admet une fonction réciproque  $h^{-1}$  et que  $h^{-1}$  est définie sur  $\mathbb{R}$

0.75 b) Vérifier que  $h(\ln 5) = \ln 5$  puis déterminer  $(h^{-1})'(\ln 5)$